

- اتحاد -

(مدرس : آقای مهندس امیر آشوبی)

به تساوی بین دو عبارت جبری که به ازای تمام مقادیر جاگذاری شده به جای متغیرهای تساوی، همواره برقرار باشد، اتحاد گویند. با استفاده از اتحادهای جبری محاسبات ریاضی سریعتر به جواب می رسند. و همچنین با استفاده از اتحادها می توان حاصلضرب اعداد بزرگ را بدست آورد.

1. اتحاد نوع اول :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

مثال:

$$(2x + 5)^2 = 4x^2 + 20x + 25$$

2. اتحاد نوع دوم :

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

مثال:

$$(3x - 7y)^2 = 9x^2 - 42xy + 49y^2$$

3. اتحاد مزدوج :

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

مثال:

$$(x - 2)(x + 2) = x^2 - 4$$

4. اتحاد یک جمله مشترک :

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

مثال:

$$(x + 7)(x + 3) = x^2 + 10x + 21$$

5. اتحاد مربع سه جمله ای :

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

مثال:

$$(5x - 3y + 4z)^2 = 25x^2 + 9y^2 + 16z^2 - 30xy + 40xz - 24yz$$

6. اتحاد مجموع و تفاضل مکعبات دو جمله :

$$a^3 + b^3 = (a + b) (a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b) (a^2 + ab + b^2)$$

مثال:

$$x^3 + 8y^3 = x^3 + (2y)^3 = (x + 2y) (x^2 - 2xy + (2y)^2)$$

7. اتحاد مکعب مجموع و تفاضل دو جمله :

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

مثال:

$$(2x + 4)^3 = 8x^3 + 48x^2 + 96x + 64$$

* تمرین : حاصلضربهای زیر را با استفاده از اتحاد بدست آورید.

$$(202)^2 = (200 + 2)^2 = 40000 + 4 + 800 = 40804$$

$$198 \times 202 = (200 - 2) (200 + 2) = 200^2 - 2^2 = 40000 - 4 = 39996$$

* تمرین : با استفاده از $(a - 1)^3$ ، حاصل 999^3 را بدست آورید.

$$(999)^3 = (1000 - 1)^3 = 1000^3 + 3(1000)^2(-1) + 3(1000)(-1)^2 + (-1)^3 = 1003001999$$

* تمرین : حاصل عبارت زیر را بدست آورید.

$$\begin{aligned} (1-x)(1+x)(1+x^2)(1+x^4)(1+x^8) &= (1-x^2)(1+x^2)(1+x^4)(1+x^8) \\ &= (1-x^4)(1+x^4)(1+x^8) \\ &= (1-x^8)(1+x^8) = (1-x^{16}) \end{aligned}$$

پایان درس اتحاد - مهندس امیر آشویی

تایپ - ساعد