

به نام خدا

جواب تشریحی تستهای مربوط به (ماتریس) شماره ( )

جواب تشریحی تستها از : مهندس امیر آشوبی

1. گزینه (1) : چون دو ماتریس مساوی هستند پس درایه های نظیر را مساوی قرار میدهم.

2. گزینه (1) :

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 + 2x \\ 0 - x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x \\ -x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$2x = 2$$

$$\Rightarrow x = 1$$

$$-x = -1$$

3. گزینه (3) :

$$\begin{pmatrix} -6a + 0 + 1 \\ a + 6 + b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix} \Rightarrow -6a + 1 = 1 \Rightarrow a = 0$$

$$a + 6 + b = -3 \Rightarrow b = -9$$

4. گزینه (1) :

$$2A - B^2 = 2 \times \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} - B^2 =$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} - \left[ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \right] =$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -6 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$$

5. گزینه (4) :

$$\det B = (2 \times 2) - (2 \times 8) = 4 - 16 = -12$$

$$B^{-1} = \frac{1}{-12} \times \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -8 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-1}{6} & \frac{1}{6} \\ \frac{2}{3} & \frac{-1}{6} \end{pmatrix}$$

6. گزینه (3) : چون حاصلضرب ماتریسها خاصیت جابجایی ندارد.

7. گزینه (3) :

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix}$$

8. گزینه (2) :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

9. گزینه (3) :

$$3\mathbf{x} = \begin{pmatrix} -12 & 3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} \frac{-12}{3} & \frac{3}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{-2}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ \frac{2}{3} & \frac{-2}{3} \end{pmatrix}$$

10. گزینه (2) : دترمینان ماتریس  $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & K \end{pmatrix}$  برابر 12 داده شده است.

$$2 \times K - (3 \times 4) = 12 \rightarrow 2K - 12 = 12 \rightarrow$$

$$2K = 12 + 12 \rightarrow 2K = 24 \rightarrow K = 12$$

11. گزینه (1) :

$$\det \begin{pmatrix} K & K \\ 5 & 9 \end{pmatrix} = 9K - 5K = 4K \rightarrow 4K = -4 \rightarrow K = -1$$

12. گزینه (4) :

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 6 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \mathbf{x} = \begin{pmatrix} -6 & 12 & 9 \\ 0 & -6 & 9 \end{pmatrix}$$

$$2 + \mathbf{x} = -6 \rightarrow \mathbf{x} = -8, \quad 1 + \mathbf{x} = 12 \rightarrow \mathbf{x} = 11, \quad 5 + \mathbf{x} = 9 \rightarrow \mathbf{x} = 4$$

$$\begin{pmatrix} -8 & 11 & 4 \\ -6 & -12 & 3 \end{pmatrix}$$

13. گزینه (3) :

$$(1 \ 0 \ -1) \times \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = 1 \times 2 + 0 \times 3 + (-1) \times 1 = 2 + 0 - 1 = 1$$

14. گزینه (4) :

$$\det A = 10 - 8 = 2 \quad , \quad A^{-1} = \frac{1}{2} \times \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{5}{2} & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A - A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{5}{2} & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 6 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

15. گزینه (3) :

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \end{pmatrix}$$

16. گزینه (1) :

$$A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = -I$$

$$A^{11} = (A^2)^5 A = (-I)^5 A = -A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

17. گزینه (2) : چون ماتریس A ماتریس تقارن نسبت به مبداء مختصات بوده که نقطه (-2و-4) را به (2و4) تبدیل کرده است.

18. گزینه (3) : اعضای قطر اصلی جواب سوال است.

19. گزینه (3) :

$$(x+6 \ 4) \begin{pmatrix} x \\ 2 \end{pmatrix} = 0 \rightarrow x^2 + 6x + 8 = 0 \rightarrow (x+2)(x+4) = 0 \rightarrow x = -2 \quad , \quad x = -4$$

20. گزینه (4) : درایه های قطر اصلی را قرینه و درایه های قطر فرعی را جابجا می کنیم.

21. گزینه (2) : در حالت کلی ماتریس انتقال به اندازه بردار  $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$  به صورت زیر است:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & a \\ 0 & 1 & b \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

22. گزینه (3) :

$$(1 \ 2 \ 0) \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = 0 + 4 + 0 = 4$$

23. گزینه (1) : مجموع ریشه های مشخصه هر ماتریس برابر است با مجموع درایه های

$$\mathbf{x} + 4 = -2 \rightarrow \mathbf{x} = -2 - 4 = -6$$

قطر اصلی.

24. گزینه (3) :

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

25. گزینه (4) :

$$|A| = 2 + 3 = 5 \quad , \quad |B| = 12 - 1 = 1 \quad \rightarrow \quad |AB| = 55$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 0 & 6 \end{pmatrix} \rightarrow |A + B| = 24 - 0 = 24$$

$$\left| A \cdot B \right| + \frac{1}{2} \left| A + B \right| = 55 + \frac{1}{2} (24) = 55 + 12 = 67$$

26. گزینه (2) :

$$(1 \ 2) \begin{pmatrix} 2x & 3x \\ x & 2x \end{pmatrix} = (2x + 2x \quad 3x + 4x) = (4x \quad 7x) = (12 \quad 21)$$

$$4x = 12 \rightarrow x = 3$$

$$7x = 21 \rightarrow x = 3$$

27. گزینه (2) :

$$3K = -1 \rightarrow K = -\frac{1}{3} \quad , \quad \frac{K}{3} = -\frac{1}{9} \rightarrow K = -\frac{1}{3}$$

$$K \times 1 = -\frac{1}{3} \rightarrow K = -\frac{1}{3} \quad , \quad -6K = 2 \rightarrow K = -\frac{1}{3}$$

28. گزینه (3) :

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$|\mathbf{A} + \mathbf{B}| = 12 - 3 = 9$$

29. گزینه (2) :

$$|\mathbf{A}| = 0 + 2 = 2 \quad , \quad |\mathbf{B}| = 14 - 3 = 11 \quad \rightarrow \quad |\mathbf{AB}| = |\mathbf{A}| \cdot |\mathbf{B}| = 2 \times 11 = 22$$

30. گزینه (4) :

$$\det \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ x & 4 \end{pmatrix} = 8 - (-x) = 8 + x \quad \rightarrow \quad 8 + x = 8 \quad \rightarrow \quad x = 0$$

- پایان پاسخهای تشریحی بخش ماتریس -

www.ryazi.4t.com